

УРОК 1

Тема уроку: Декартові координати точки в просторі

Підручник з математики для 10 класу § 6 п. 38

Сьогодні на уроці ви повинні опанувати прямокутну систему координат у просторі, запам'ятати назви координатних осей, навчитися визначати положення точки за її координатами. Дізнатися, як знаходити координати середини відрізка та відстань між точками із заданими координатами.

Обміркуй, скільки чисел необхідно знати, щоб однозначно визначити положення точки на прямій? (*Одне*) Скільки чисел необхідно знати, щоб визначити положення точки на площині? (*Два*) Тобто під час руху по прямій треба знати, скільки пройти вправо-вліво, під час руху на площині треба знати, скільки пройти вправо-вліво і вперед-назад. Для визначення розміщення точки у просторі треба знати три числа. Наприклад, птах пересувається у просторі не тільки вперед-назад і вправо-вліво, але й угору-низ. Щоб говорити про координати точки, треба насамперед увести систему координат.

Система координат оточує нас всюди: спілкуючись один з одним люди часто говорять: «Залиште свої координати». Для чого? Для того, щоб людину було легко знайти. Це може бути: номер телефону, домашня адреса, місце роботи, електронна адреса. Де ще людина зустрічається з координатами?

місце в кінотеатрі; система географічних координат (широта, довгота); гра «Морський бій» лютчики, моряки за допомогою координат визначають положення об'єкту; туристичні схеми; при астрономічних спостереженнях.

Пригадай

- Яку будову має прямокутна система координат на площині?
- Яку вісь називають віссю абсцис?
- Яку вісь називають віссю ординат?
- Як визначають координати точки?
- Скільки існує точок із заданими координатами?
- Скільки координат має задана точка?
- Користуючись рис. 1 назвіть координати позначених точок.

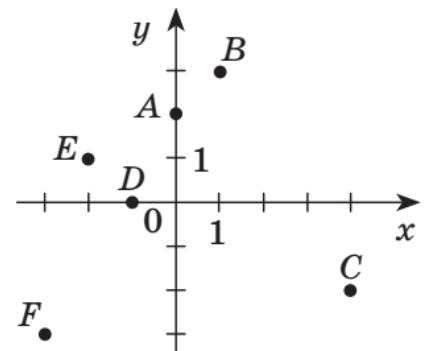


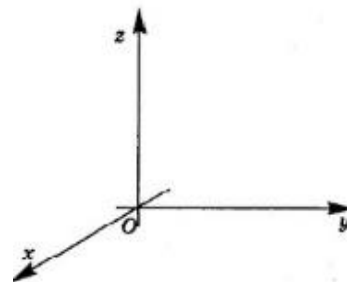
Рис. 1

➤ Дано: точка $A(2; 3)$, точка $B(x; y)$. Наведіть які-небудь значення x і y такі, щоб відрізок AB :

- 1) перетинав вісь абсцис, але не перетинав вісь ординат;
- 2) перетинав вісь ординат, але не перетинав вісь абсцис;
- 3) перетинав обидві координатні осі;
- 4) не перетинав жодної з координатних осей;
- 5) проходив через початок координат.

1. Координатні осі та площини

Нехай x, y, z — три попарно перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в точці O . Ці координатні прямі називаються **координатними осями**: вісь x , вісь y , вісь z або вісь абсцис, вісь ординат, вісь аплікат відповідно, точку O називають **початком координат**.



Кожна вісь точкою O розбивається на дві півосі — додатну, позначену стрілкою, і від'ємну.

Площини, які проходять через x і y , x і z , y і z , називають **координатними площинами** і позначають відповідно: xu , xz , yz . Координатні площини розбивають весь простір на вісім частин, які називають октантами.

2. Визначення координат довільної точки.

Для визначення координат довільної точки A простору проведемо з даної точки перпендикуляри AA_x , AA_y і AA_z до осей Ox , Oy і Oz відповідно (рис.3) Тоді координати x, y, z точок A_x, A_y і A_z на осях Ox, Oy і Oz відповідно є координатами точки A в даній системі координат. Коротко це записують так:

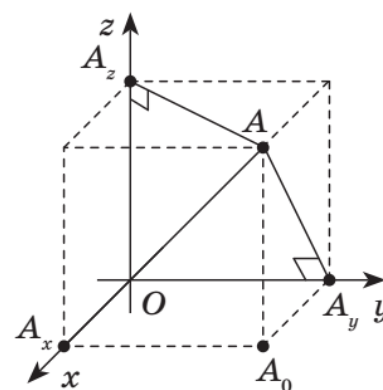


Рис. 3

$A(x, y, z)$, де x — абсциса, y — ордината, z — апліката точки A .

3. Алгоритм побудови точки.

Давайте разом з вами складемо алгоритм побудови точки $A(3; 4; -2)$:

- 1) Вибрати масштаб.
- 2) Відкласти на осі Ox відрізок, якій рівень 3 одиничним відрізкам.
- 3) Через отриману точку провести пряму, паралельну осі Oy .
- 4) Відкласти на осі Oy відрізок, якій рівень 4 одиничним відрізкам.
- 5) Через отриману точку провести пряму, паралельну осі Ox .
- 6) Через точку перетину двох проведених прямих провести пряму, паралельну осі Oz .
- 7) На цій прямій відкласти вниз 2 одиничних відрізків.
- 8) Отримали точку $A(3; 4; -2)$

Опорний конспект

Задача: Ребро куба дорівнює 10, рис. 252.

Запишіть координати точок: A, B, C, D, O, O₁, A₁, B₁, C₁, D₁.

Відповідь: A(5; 5; 0), B(-5; 5; 0), C(-5; -5; 0), D(5; -5; 0), O(0; 0; 0), O₁(0; 0; 10), A₁(5; 5; 10), B₁(-5; 5; 10), C₁(-5; -5; 10), D₁(5; -5; 10).

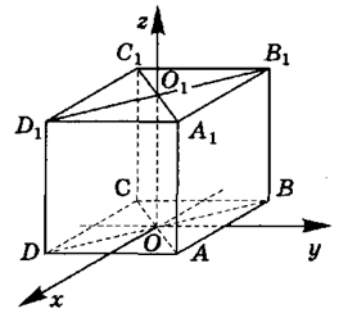


Рис. 252

Задача: Знайдіть відстань від точки A (1; 2; 3) до координатних площин, осей і початку координат.

Розв'язання. Нехай проєкціями точки A на площини Oxy , Oxz , Oyz будуть відповідно точки A_{xy} , A_{xz} , A_{yz} (рис. 4). Тоді $AA_{xy} = |z| = 3$; $AA_{xz} = |y| = 2$; $AA_{yz} = |x| = 1$.

За теоремою Піфагора $AA_x = \sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$; $AA_y = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$, $AA_z = \sqrt{y^2 + x^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$;
 $AO = \sqrt{(x^2 + y^2) + z^2} = \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}$.

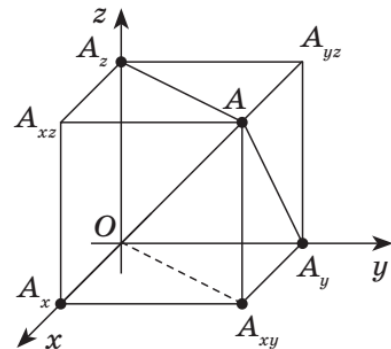


Рис. 4

4. **Відстань між точками** $A(x_1, y_1, z_1)$ і $B(x_2, y_2, z_2)$ обчислюється за формулою

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Задача №38.5 Знайдіть відстань між точками A і B, якщо A(3; -4; 2), B(5; -6; 1)

Розв'язання $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

$$AB = \sqrt{(5 - 3)^2 + (-6 + 4)^2 + (1 - 2)^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 4 + 1} = \sqrt{9} = 3$$

Отже, $AB = 3$

Відповідь: $AB = 3$

Опорний конспект

Розв'язування задач

1. Знайдіть відстань AB, якщо A(-1; 3; -1), B(-1; 0; -5). (Відповідь. $AB = 5$.)

2. Знайдіть відстань від точки A(-1; 2; -2) до початку координат.

(Відповідь. $OA = 3$.)

3. Знайдіть периметр трикутника ABC, якщо A(7; 1; -5), B(4; -3; -4), C(1; 3; -2).

(Відповідь. $14 + \sqrt{26}$.)

4. Чи лежать точки A, B, C на одній прямій, якщо A(3; 2; 2), B(1; 1; 1), C(-1; 0; 0)?

(Відповідь. Так.)

5. На якій відстані від координатних площин і координатних осей розташована точка А (- 2; 3; 4) ?

(Відповідь. $AA_x = 5$; $AA_y = 2\sqrt{5}$; $AA_z = \sqrt{13}$; $AA_{xy} = 4$; $AA_{xz} = 3$; $AA_{yz} = 2$.)

6. Яка з точок — А (2; 1; 5) чи В (-2; 1; 6) — лежить ближче до початку координат?

(Відповідь. Точка А.)

7. Дано точки К(0; 2; 1), Р(2; 0; 3) і Т(-1; у; 0). Знайдіть таке значення у, щоб виконувалась умова: $KT = PT$. (Відповідь. -3.)

5. Координати середини відрізка виражаються через координати його кінців за формулами: $x_c = \frac{x_1+x_2}{2}$; $y_c = \frac{y_1+y_2}{2}$; $z_c = \frac{z_1+z_2}{2}$

Задача №38.7 Знайдіть координати середини відрізка CD, якщо С(-2;6;-7), D(4;-10;-3)

Розв'язання Нехай точка М- середина відрізка CD, тоді

$$x_M = \frac{x_C+x_D}{2}; y_M = \frac{y_C+y_D}{2}; z_M = \frac{z_C+z_D}{2}$$
$$x_M = \frac{-2+4}{2} = 1; y_M = \frac{6-10}{2} = -2; z_M = \frac{-7-3}{2} = -5.$$

Отже, М(1;-2;-5)

Відповідь: М(1;-2;-5)

Опорний конспект

Розв'язування задач

1. Які координати середини С відрізка АВ, якщо А(0; 2; -11), В (2; 0; -1)? (Відповідь. С(1;1;-6).)

2. Дано С(2; 6; 3), А(4; 2; 1). Знайдіть координати точки В, якщо відомо, що $AC = BC$ і точки А, В, С лежать на одній прямій. (Відповідь. В(0;10;5).)

3. Знайдіть координати середин сторін трикутника АВС, якщо А(2; 0; 2), В(2;2;0), С(2;2;2). (Відповідь. $A_1(2; 2; 1)$, $B_1(2; 1; 2)$, $C_1(2; 1; 1)$.)

4. Знайдіть довжину медіани АМ трикутника АВС, якщо А (2; 1; 3), В(2; 1; 5), С(0; 1; 1). (Відповідь. $AM = 1$.)

5. Точки М(-2; 3; 4), N(3; 5; 2) і К(3; -5; 1) — середини сторін трикутника. Знайдіть координати вершин цього трикутника.

(Відповідь. (-2; -7; 3), (-2; 13; 5), (8; -3; -1).)

Домашнє завдання: § 6 п.38 №38.3; 38.4; 38.6; 38.8; 38.12; 38.16